**TRANG THÔNG TIN LUẬN ÁN**

Tên đề tài luận án: *Độ dài của một số phân tích ma trận trên vành chia*
Ngành: Đại số và lý thuyết số
Mã số ngành: 9460104
Họ tên nghiên cứu sinh: Nguyễn Thị Thái Hà
Khóa đào tạo: 2022
Người hướng dẫn khoa học: GS. TS. Mai Hoàng Biên
Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG – TPHCM

**1. TÓM TẮT NỘI DUNG LUẬN ÁN**

Nghiên cứu của chúng tôi tập trung vào việc xác định độ dài của một số phân tích ma trận trên vành chia $D$. Các nội dung chính của nghiên cứu gồm: ước lượng độ dài đối hợp, độ dài hoán tử đối hợp của các ma trận trong nhóm$ SL\_{VK,\infty }\left(D\right)$ và nhóm tuyến tính đặc biệt $SL\_{n}\left(D\right) $bậc $n\geq 2$; đồng thời ước lượng độ dài hoán tử lũy đơn chỉ số $2$ của ma trận trong nhóm tuyến tính đặc biệt $SL\_{n}\left(H\right)$ bậc $n\geq 2$ trên vành chia quaternion thực $H.$

**2. NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN**
Cho $D$ là vành chia và $n\geq 2$.

**a. Độ rộng hoán tử của nhóm** $SL\_{VK,\infty }\left(D\right)$

Cho $D$ là đại số chia có nhiều hơn $3$ phần tử. Khi đó,

$$\left[GL\_{VK,\infty }\left(D\right);GL\_{VK,\infty }\left(D\right)\right]=SL\_{VK,\infty }\left(D\right).$$

Hơn nữa, nếu $D$ là trường vô hạn hoặc vành chia quaternion thực thì mọi phần tử trong nhóm $SL\_{VK,\infty }\left(D\right)$ đều có thể viết thành dạng một hoán tử.

**b. Độ rộng đối hợp của nhóm con** $IL\_{n}\left(D\right)$**, sinh bởi tập hợp các ma trận đối hợp trong nhóm** $GL\_{n}\left(D\right)$

Cho $D$ là đại số chia không giao hoán thỏa mãn $ω\_{C}\left(D'\right)<\infty $. Khi đó,

$$ω\_{I}\left(IL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+4ω\_{C}\left(D'\right).$$

**c. Độ rộng hoán tử đối hợp của nhóm** $SL\_{n}\left(D\right) $

(1) Cho $F$ là trường có nhiều hơn hai phần tử. Khi đó,

$$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(F\right)\right)=2. $$

(2) Cho $D$ là đại số chia vô hạn sao cho $ω\_{C}\left(D'\right)<\infty $ và $n\geq 2$. Khi đó,

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+6ω\_{C}\left(D'\right)$ nếu $charD=2$ và $n=2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+3ω\_{C}\left(D'\right)$ nếu $charD=2$ và $n>2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+3ω\_{C}\left(D'\right)$ nếu $charD\ne 2.$

(3) Cho $D$ là vành chia sao cho $ω\_{C}\left(D'\right)<\infty $ và $n\geq 2.$ Khi đó,

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 4+6ω\_{C}\left(D'\right)$ nếu $charD=2$ và $n=2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 4+3ω\_{C}\left(D'\right)$ nếu $charD=2$ và $n>2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+3ω\_{C}\left(D'\right)$ nếu $charD\ne 2.$

**d. Độ rộng hoán tử lũy đơn chỉ số** $2$ **của** $SL\_{n}\left(H\right)$

$ω\_{CU}\left(SL\_{n}\left(H\right)\right)=3$.

**e. Độ rộng hoán tử đối hợp lệch của** $SL\_{n}\left(H\right)$

$ω\_{CSI}\left(SL\_{n}\left(H\right)\right)=2$.

**3. CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU**
Ước lượng độ dài hoán tử của các ma trận trong nhóm $SL\_{VK,\infty }\left(D\right) $khi $D$ là vành chia có số chiều lớn hơn bốn. Nghiên cứu các vấn đề mở trong N. T. T. Ha, A survey of lengths of linear groups with respect to certain generating sets, Commun. Korean Math. Soc. 39 (2024), No. 2, 279–302.

|  |  |
| --- | --- |
| **TẬP THỂ CÁN BỘ HƯỚNG DẪN**GS. TS. Mai Hoàng Biên | **NGHIÊN CỨU SINH**Nguyễn Thị Thái Hà |
| **XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO****HIỆU TRƯỞNG** |

**THESIS INFORMATION**

Thesis title: The length of decompositions of matrices over division rings
Speciality: Algebra and Number theory
Code: 9460104
Name of PhD Student: Nguyễn Thị Thái Hà
Academic year: 2022
Supervisor: Prof. Dr. Mai Hoàng Biên
At: VNUHCM - University of Science
**1. SUMMARY**

Our research focuses on determining the lengths of certain matrix decompositions over division rings $D$. The main contents of the study include: estimating the commutator length of matrices within the group $SL\_{VK,\infty }\left(D\right)$; estimating the length of involutions and the length of commutators of involutions for matrices in the special linear group $SL\_{n}\left(D\right)$ for $n\geq 2$; and estimating the length of commutators of unipotents index $2$ in the special linear group $SL\_{n}\left(H\right) $for $n\geq 2$ over the real quaternion ring $H$.

**2. NOVELTY OF THESIS**
Assume $D$ is a division ring and $n\geq 2$.

**a. The commutator width of the group** $SL\_{VK,\infty }\left(D\right)$

Let $D$ be a division algebra with more than $3$ elements. Then,

$$\left[GL\_{VK,\infty }\left(D\right);GL\_{VK,\infty }\left(D\right)\right]=SL\_{VK,\infty }\left(D\right).$$

Furthermore, if $D$ is either an infinite field or the real quaternion division ring then every matrix in the group $SL\_{VK,\infty }\left(D\right)$ can be written as a commutator.

**b. The width of involutions of** $IL\_{n}\left(D\right)$**, generated by the set of involutions in** $GL\_{n}\left(D\right)$

Suppose $D$ is a noncommutative division algebra such that $ω\_{C}\left(D'\right)<\infty $. Then,

$$ω\_{I}\left(IL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+4ω\_{C}\left(D'\right).$$

**c. The width of commutators of involutions of** $SL\_{n}\left(D\right) $

(1) Suppose $F$ is a field more than two elements. Then, $ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(F\right)\right)=2$.

(2) Assume $D$ is an infinite division algebra such that $ω\_{C}\left(D'\right)<\infty $ and $n\geq 2$. Then,

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+6ω\_{C}\left(D'\right)$ if $charD=2$ and $n=2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+3ω\_{C}\left(D'\right)$ if $charD=2$ and $n>2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+3ω\_{C}\left(D'\right)$ if $charD\ne 2.$

(3) Assume $D$ is a division ring such that $ω\_{C}\left(D'\right)<\infty $ and $n\geq 2.$ Then,

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 4+6ω\_{C}\left(D'\right)$ if $charD=2$ and $n=2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 4+3ω\_{C}\left(D'\right)$ if $charD=2$ and $n>2,$

$ω\_{CI}\left(SL\_{n}\left(D\right)\right)\leq 2+3ω\_{C}\left(D'\right)$ if $charD\ne 2.$

**d. The width of commutators of unipotents index** $2$ **of** $SL\_{n}\left(H\right)$

$ω\_{CU}\left(SL\_{n}\left(H\right)\right)=3 $.

**e. The width of commutators of skew-involution of** $SL\_{n}\left(H\right)$

$ω\_{CSI}\left(SL\_{n}\left(H\right)\right)=2 $.

**3. APPLICATIONS/ APPLICABILITY/ PERSPECTIVE**

 We will continue estimating the length of commutators for matrices in the group $SL\_{VK,\infty }\left(D\right) $when $D$ is a division ring with dimension greater than four. Studying open issues in N. T. T. Ha, *A survey of lengths of linear groups with respect to certain generating sets*, Commun. Korean Math. Soc. **39** (2024), No. 2, 279–302.

|  |  |
| --- | --- |
| **SUPERVISOR**Prof. Dr. Mai Hoàng Biên | **PhD STUDENT**Nguyễn Thị Thái Hà |
| **CONFIRMATION UNIVERSITY OF SCIENCE****PRESIDENT** |