Trang thông tin luận án

Tȇn dề tài luận án: **Bài toán Cauchy cho phương trình elliptic với hệ số bị nhiễu**

Ngành: Toán áng dụng Mǎ số ngành: 9460112

Họ tȇn nghiȇn cứu sinh: Lưu Xuân Thắng Khóa đào tạo: 2020 – 2023

Người hướng dẫn khoa học: GS. TS. Đặng Đức Trọng

Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiȇn, ĐHQG. HCM

# TÓM TẮT NỘI DUNG LUẬN ÁN:

Luận án khảo sát bài toán Cauchy cho phmơng trình elliptic có dạng như sau. *Giả sủ rằng* Ω *là một miền bị chặn của* R*N với biên trơn và hằng số Y >* 0*, tìm một hàm u* : Ω *x* [0*, Y* ] *→ R* *sao cho*

*−c*(*y*)*Au*(*x, y*) + *uyy*(*x, y*) = **F***, x thuộc* Ω*,* 0 *< y < Y,* (1)

*u*(*x,* 0) = *g*1(*x*)*, uy*(*x,* 0) = *g*2(*x*)*, x thuộc* Ω*,* (2)

*với g*1*, g*2 *thuộc L*2(Ω) *cho trước, và* **F** *là hàm phụ thuộc vào x, y và có thể là u*(*x, y*)*; những hàm này thỏa mãn một số điều kiện cho trước.*

Trong bài toán trȇn, hệ số *c* : [0*, Y* ] *→* (0*, ∞*) bị nhiễu và chỉ biết rằng nó được xấp xỉ bởi hàm do được *µ* : [0*, Y* ] *→* (0*, ∞*). Thȇm nữa, ta giả sử

$$sup⁡\\_\{0\leq y\leq Y\}=\left|c\left(y\right)-μ\left(y\right)\right|+\left|\frac{dc}{dy}\left(y\right)-\frac{dμ}{dy}\left(y\right)\right|+\left|\frac{d^{2}c}{d^{2}y}\left(y\right)-\frac{d^{2}μ}{d^{2}y}\left(y\right)\right|\leq δ,$$

với số *δ >* 0 là sai số do đo đạc. Thȇm nữa, các dữ liệu *g*1*, g*2 có thể cũng bị nhiễu. Bài toán [(1)-(2)](#_bookmark0) là khȏng chỉnh với hệ số và các dữ liệu đầu chưa biết một cách chính xác. Luận án tập trung trung khảo sát các vấn dề sau đȃy.

1. Sự tồn tại nghiệm yếu của bài toán khi xét trong khȏng gian phù hợp.
2. Lựa chọn phmơng pháp chỉnh hóa phù hợp và khảo sát sự hội tụ của nghiệm chỉnh hóa đến nghiệm chính xác của bài toán.

# NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN:

Dựa vào các cȏng cụ của giải tích thực, phương trình đạo hàm riêng và bài toán ngược luận án đã

* 1. Sử dụng biến đổi Liouville để đưa bài toán từ hệ số biến về bài toán hệ số hằng.
	2. Lần lượt sử dụng các khȏng gian phù hợp để khảo sát sự tồn tại nghiệm yếu của bài toán.
	3. Sử dụng các phương pháp hàm lọc và chặt cụt Fourier đưa ra nghiệm chỉnh hóa. Sau đó, sử dụng các ước lượng để khảo sát sự hội tụ của nghiệm chỉnh hóa đến nghiệm chính xác.
	4. Cuối cùng, đưa ra ví dụ và kết quả số để minh họa kết quả lý thuyết.

# CÁC ỨNG DỤNG, KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU

Bài toán Cauchy cho phương trình elliptic với hệ số hằng có ứng dụng nhiều trong thực tế thuộc các lĩnh vực như vật lý địa cầu, cơ học chất lỏng, chẫn đoán tim mạch, trường điện sinh và kiểm định khȏng xȃm lấn. Hơn nữa, khi khảo sát bài toán này với hệ số chứa biến và có nhiễu thì kỹ thuật sử dụng có thể thực hiện cho một số lớp bài toán mở rộng từ hệ số hằng sang hệ số chứa biến.

Một số vấn đề của bài toán có thể được khảo sát trong thời gian tới:

* 1. Khảo sát bài toán Cauchy cho phương trình elliptic dạng đạo hàm bậc phân thứ.
	2. Khảo sát bài toán tmơng tự cho phương trình sóng và sóng bậc phȃn thứ.

# CÁN Bộ HƯÎNG DẪN NGHIÊN CỨU SINH

GS. TS. Đặng Đức Trọng Lưu Xuȃn Thắng

# XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO

# HIỆU TRƯỞNG

**Thesis information**

Thesis title: **The Cauchy problem for elliptic equations with contaminated coefficients**

Speciality: Applied mathematics

Code: 9460112

Name of PhD Student: Luu Xuan Thang

Academic year: 2020 – 2023

Supervisor: Prof. Dang Duc Trong

At: VNUHCM - University of Science

1. **SUMMARY:** The thesis investigates the Cauchy problem for elliptic equations in the following form.

*Let* Ω *be a bounded domain in* R*N with smooth boundary and a constant Y >* 0*. Find a function u* : Ω *x* [0*, Y* ] *→ R* *such that*

*−c*(*y*)*Au*(*x, y*) + *uyy*(*x, y*) = **F***, x in* Ω*,* 0 *< y < Y,* (1)

*u*(*x,* 0) = *g*1(*x*)*, uy*(*x,* 0) = *g*2(*x*)*, x in* Ω*,* (2)

*where g*1*, g*2 *in L*2(Ω) *are given, and* **F** *be a function that depends on x, y, possibly on u*(*x, y*)*; these functions satisfy some prescribed conditions.*

In the above problem, the coefficient *c* : [0*, Y* ] *→* (0*, ∞*) is perturbed and it is only known to be approximated by a measurable function *µ* : [0*, Y* ] *→* (0*, ∞*). Furthermore, we assume

$$sup⁡\\_\{0\leq y\leq Y\}=\left|c\left(y\right)-μ\left(y\right)\right|+\left|\frac{dc}{dy}\left(y\right)-\frac{dμ}{dy}\left(y\right)\right|+\left|\frac{d^{2}c}{d^{2}y}\left(y\right)-\frac{d^{2}μ}{d^{2}y}\left(y\right)\right|\leq δ,$$

where *δ >* 0 is the measurement error. Additionally, the data *g*1*, g*2 may also be perturbed. The problem [(1)-(2)](#_bookmark0) is ill-posed with uncertain coefficients and input data. The thesis focuses on investigating the following issues.

+

1. Existence of weak solutions of the problem when considered in a suitable space.
2. Selection of appropriate regularization methods and investigation of the convergence of the regularized solutions to the exact solution of the problem.
3. **NOVELTY OF THESIS:**

Based on the tools of real analysis, partial differential equations, and the theory of inverse problems, the thesis has:

1. Utilized Liouville transformation to convert the problem from variable coefficient to constant coefficient form.
2. Sequentially employed appropriate function spaces to investigate the existence of weak solutions of the problem.
3. Utilized filtering and Fourier truncation methods to obtain a regularized solution. Subsequently, used estimates to study the convergence of the regularized solution to the exact solution.
4. Finally, provided an example and numerical results to illustrate the theoretical findings.
5. **APPLICATIONS/ APPLICABILITY/ PERSPECTIVE**

The Cauchy problem for elliptic equations with constant coefficients finds numerous applications in practical fields such as geophysics, fluid dynamics, cardiac diagnosis, bio- electromagnetics, and non-invasive testing. Moreover, when investigating this problem with variable and noisy coefficients, the techniques employed can be adapted to a variety of prob- lem classes, extending from constant to variable coefficient scenarios.

Some issues of the problem that may be explored in the near future include:

* 1. Investigation of Cauchy problem for elliptic equations in the form of fractional derivative equations.
	2. Investigation of similar problems for wave equations and fractional wave equations.

**SUPERVISOR PhD STUDENT**

Prof. Dang Duc Trong Luu Xuan Thang

**CERTIFICATION UNIVERSITY OF SCIENCE**

**PRESIDENT**

2

2