**TRANG THÔNG TIN LUẬN ÁN**

Tên đề tài luận án: Tác động của đồng nhất thức suy rộng và đồ thị lên cấu trúc của nhóm tuyến tính trên vành chia

Ngành: Đại số và Lý thuyết số

Mã số ngành: **9460104**

Họ tên nghiên cứu sinh: **Cao Minh Nam**

Khóa đào tạo: 2020

Người hướng dẫn khoa học: GS. TS. Bùi Xuân Hải

Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG-HCM

**1. TÓM TẮT NỘI DUNG LUẬN ÁN**:

 Luận án chủ yếu nghiên cứu hai vấn đề chính như sau:

1. Tác động của một số đồng nhất thức nhóm lên cấu trúc của một số nhóm con của nhóm nhân của một đại số.
2. Khảo sát tính liên thông và ước lượng đường kính của một số đồ thị giao hoán liên kết với vành ma trận trên vành chia.

**2. NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN**:

 Dựa trên nội dung của luận án, chúng tôi chia các kết quả chính thành các nhóm như sau:

* Các kết quả về sự tồn tại của các nhóm con tự do không cyclic:
1. Cho $F$ là một trường không hữu hạn địa phương, $R$ là một $F$-đại số hữu hạn chiều và $N$ là một nhóm con gần á chuẩn tắc của $R^{\*}$. Nếu $N$ thoả một GPCGI chặt trên $R^{\*}$ thì $N^{'}=\left[N,N\right]⊆1+J(R)$. Hơn nữa, nếu $F$ có đặc trưng $p>0$ thì $\left(xyx^{-1}y^{-1}\right)^{p^{s}}=1$ là một GI của $N$ với $s$ là số nguyên dương nào đó.
2. Cho $F$ là một trường, $G$ là một nhóm hữu hạn địa phương và $F^{σ}G$ là đại số nhóm lệch của $G$ trên $F$ ứng với một đồng cấu nhóm $σ:G⟶Aut (F)$. Nếu $F$ có đặc trưng$ 0$ thì mọi nhóm con gần á chuẩn tắc không aben của $\left(F^{σ}G\right)^{\*}$ đều chứa một nhóm con tự do không cyclic.
* Các kết quả về các nhóm tự đẳng cấu thoả các GGI:
1. Cho $D$ là một vành chia tâm $F$, $V$ là một không gian vectơ phải trên $D$ và $w(x\_{1},x\_{2}…,x\_{m})$ là một đơn thức nhóm suy rộng trên $Aut\_{D}V$. Nếu $Aut\_{D}V$ thoả đồng nhất thức nhóm suy rộng $w=1$ và $F$ chứa ít nhất $2l\left(w\right)+1$ phần tử thì $dim\_{D}V=1$ và $D$ là trường.
2. Cho $D$ là một vành chia tâm $F$, $V$ là một không gian vectơ phải trên $D$ có số chiều $n\geq 2$ và $N$ là một nhóm con á chuẩn tắc của $Aut\_{D}V$. Cho $w(x\_{1},x\_{2},…,x\_{m})$ là một đơn thức nhóm suy rộng trên $Aut\_{D}V$. Nếu $N$ thoả đồng nhất thức nhóm suy rộng $w=1$ và $F$ chứa ít nhất $4l\left(w\right)+2$ phần tử thì $N$ nằm trong tâm của $Aut\_{D}V$.

 -Các kết quả về đồ thị giao hoán liên kết với vành ma trận:

1. Nếu $D$ là một đại số chia đại số trên một trường đóng thực $F$ và $n\geq 3$ thì đồ thị $Γ(M\_{n}\left(D\right))$ liên thông và $diam\left(Γ\left(M\_{n}\left(D\right)\right)\right)\leq 4.$
2. Cho $F$ là một trường đóng thực, $n\geq 2$ và $a,b\in F∖\left\{0\right\}$. Khi đó, đồ thị $Γ\left(M\_{n}\left(H\_{F}\left(a,b\right)\right)\right)$ liên thông và $diam(Γ\left(M\_{n}\left(H\_{F}\left(a,b\right)\right)\right)\leq 4.$

**3.** **CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU**

 - Các nhóm con gần á chuẩn tắc không nằm trong tâm của nhóm $Aut\_{D}V$ có chứa nhóm con tự do không cyclic nào không?

 - Đồ thị giao hoán liên kết với vành ma trận trên một vành chia đại số trên tâm có liên thông hay không? Đường kính của đồ thị này được đánh giá như thế nào trong trường hợp đồ thị liên thông?

|  |  |
| --- | --- |
| **CÁN BỘ HƯỚNG DẪN****GS.TS. Bùi Xuân Hải** | **NGHIÊN CỨU SINH****Cao Minh Nam** |

**XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO**

**HIỆU TRƯỞNG**

**THESIS INFORMATION**

Thesis title: The impact of generalized identities and graphs on the structure of skew linear groups

Speciality: Algebra and Number theory

Code: **9460104**

Name of PhD Student: **Cao Minh Nam**

Academic year: 2020

Supervisor: Prof. Dr. Bui Xuan Hai

At: VNUHCM - University of Science

**1. SUMMARY**:

 This thesis studies two main issues as follows:

1. The impact of some group identities on the structure of some subgroups of the multiplicative group of an algebra.
2. Investigate the connectivity and estimate the diameters of some commuting graphs associated with matrix rings on division rings.

**2. NOVELTY OF THESIS**:

 Based on the content of the thesis, we divide the main results into the following cases:

 - The results relate to the existence of non-cyclic free subgroups:

1. Let $F$ be a non-absolute field, $R$ a finite dimensional $F$-algebra and $N $an almost subnormal subgroup of $R^{\*}$. If $N $satisfies a strict GPCGI over $R^{\*}$, then $N'=[N,N]$ $⊆ 1+J(R)$. Moreover, if $F$ is of characteristic $p>0$, then $\left(xyx^{-1}y^{-1}\right)^{p^{s}}=1$ is a GI of $N$ for some positive integer $s$.
2. Let $F$ be a field, $G$ a locally finite group and $F^{σ}G$ the skew group algebra of $G$ over $F$ respect to a group homomorphism $σ: G\rightarrow Aut(F)$. If $F$ is of characteristic 0, then every non-abelian almost subnormal subgroup of $\left(F^{σ}G\right)^{\*}$ contains a noncyclic free subgroup.

- The results relate to automorphism groups satisfying GGIs:

1. Let $D$ be a division ring with center $F$, $V$ a right vector space over $D$ and $w(x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{m})$ a generalized group monomial over $Aut\_{D}V$. If $Aut\_{D}V$ satisfies the generalized group identity $w=1$ and $F$ contains at least $2l\left(w\right)+1$ elements, then $dim\_{D}V=1$ and $D$ is a field.
2. Let $D$ be a division ring with center $F$, $V$ a right vector space over $D$ of dimension $n\geq 2$, and $N$ a subnormal subgroup of $Aut\_{D}V$. Let $w(x\_{1}, x\_{2}, …, x\_{m})$ be a generalized group monomial over $Aut\_{D}V$. If $N$ satisfies the generalized group identity $w=1$ and $F$ contains at least $4l\left(w\right)+2$ elements, then $N$ is central.

 - The results relate to commuting graphs associated with matrix rings:

1. If $D$ is an algebraic division algebra over a real-closed field $F$ and $n\geq 3$, then the graph $Γ\left(M\_{n}\left(D\right)\right)$ is connected and $diam\left(Γ\left(M\_{n}\left(D\right)\right)\right) \leq 4$.
2. Let $F$ be a real-closed field, $n\geq 2$ and $a,b\in F\{0\}$. Then, the graph $Γ\left(M\_{n}\left(H\_{F}\left(a,b\right)\right)\right)$ is connected and $diam\left(Γ\left(M\_{n}\left(H\_{F}\left(a,b\right)\right)\right)\right)\leq 4$.

**3**. **APPLICATIONS/ APPLICABILITY/ PERSPECTIVE**

- Do noncentral almost subnormal subgroups of $Aut\_{D}V$ contain any noncyclic free subgroups?

 - Is the commuting graph associated with a matrix ring over a division ring which is algebraic over its center connected or not? Evaluating the diameter of this graph in case when it is connected.

|  |  |
| --- | --- |
|  **SUPERVISOR****Prof. Dr. Bui Xuan Hai** | **PhD STUDENT****Cao Minh Nam** |

**CERTIFICATION**

**UNIVERSITY OF SCIENCE**

**PRESIDENT**