**TÓM TẮT THÔNG TIN VỀ LUẬN ÁN**

Tên đề tài luận án:

**Chỉnh hóa một số phương trình và hệ phương trình phi tuyến**

Ngành: Toán giải tích

Mã số ngành: 9460102

Họ tên nghiên cứu sinh: Nguyễn Hữu Cần

Khóa đào tạo: 2021

Người hướng dẫn khoa học:

1. PGS.TS. Nguyễn Huy Tuấn
2. PGS.TS. Bùi Lê Trọng Thanh

Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG TP. HCM

**1. Tóm tắt nội dung luận án**

Luận án bao gồm năm chương, cụ thể như sau:

* Chương 1: Mở đầu
* Chương 2: Tổng quan
* Chương 3: Phương pháp nghiên cứu
* Chương 4: Kết quả nghiên cứu (trình bày 05 kết quả chính của luận án)
* Chương 5: Kết luận và kiến nghị

Sau đây là tóm tắt năm kết quả chính được nêu ở Chương 4:

**Kết quả thứ nhất:** Chỉnh hóa nghiệm phương trình sóng dầm phi tuyến.

Xét bài toán sóng dầm phi tuyến có dạng như sau

với các điều kiện cuối được cho bởi

trong đó và là hai số thực dương cho trước, là toán tử tuyến tính, không bị chặn, tự liên hợp, xác định dương trên không gian Hilbert , các hàm được định nghĩa sau. Chúng tôi chỉ ra rằng bài toán đang xét là bài toán không chỉnh theo nghĩa Hadamard. Sau đó để khảo sát tính ổn định nghiệm của bài toán chỉnh hóa, chúng tôi đã sử dụng phương pháp tựa giá trị biên để có sự thiết lập phù hợp dựa trên phương trình tích phân cho trường hợp hàm nguồn thỏa mãn tính chất Lipschitz toàn cục.

**Kết quả thứ hai:** Chỉnh hóa nghiệm hệ phương trình sóng dầm phi tuyến

Xét hệ sóng dầm phi tuyến có dạng như sau

với dữ liệu cuối

trong đó và là các hằng số thực dương cho trước, là miền mở, bị chặn, có biên đủ trơn. Hai hàm nguồn và các hàm dữ liệu sẽ được định nghĩa sau. Phần thứ nhất, chúng tôi trình bày dạng biểu diễn của công thức nghiệm nhẹ và tính không chỉnh của bài toán. Phần thứ hai, chúng tôi đưa ra kết quả chỉnh hóa cho trường hợp hàm nguồn thỏa mãn tính chất Lipschitz toàn cục và đưa ra đánh giá sai số giữa nghiệm chính xác và nghiệm chỉnh hóa bằng cách sử dụng phương pháp hàm lọc.

**Kết quả thứ ba:** Bài toán ngược thời gian cho phương trình hyperbolic phi tuyến

với các điều kiện

trong đó với là các hằng số thực dương cho trước, là miền mở, bị chặn, có biên đủ trơn. Hàm nguồn và các hàm dữ liệu sẽ được định nghĩa sau. Bằng cách đưa ra một ví dụ thích hợp, chúng tôi chỉ ra rằng bài toán đang khảo sát là không chỉnh. Chúng tôi sử dụng phương pháp chỉnh hóa hàm lọc để chỉnh hóa bài toán. Sau đó đưa ra đánh giá sai số giữa nghiệm chính xác và nghiệm chỉnh hóa.

**Kết quả thứ tư:** Chỉnh hóa nghiệm phương trình khuếch tán phi tuyến với đạo hàm conformable

với các điều kiện

trong đó với là số chiều của không gian, và là các hằng số thực dương cho trước. Hàm nguồn và hàm dữ liệu tại thời điểm cuối sẽ được định nghĩa sau. Ở kết quả này, chúng tôi chỉ ra rằng bài toán đang khảo sát là không chỉnh bằng cách đưa ra ví dụ thích hợp. Chúng tôi sử dụng phương pháp chỉnh hóa hàm lọc và chặt cụt chuỗi Fourier để chỉnh hóa bài toán. Sau đó đưa ra đánh giá sai số giữa nghiệm chính xác và nghiệm chỉnh hóa.

**Kết quả thứ năm:** Bài toán không chỉnh cho phương trình elliptic ngẫu nhiên với điều kiện phi địa phương

với điều kiện phi địa phương thỏa mãn

trong đó là miền mở, bị chặn, có biên đủ trơn, là số thực dương cho trước, , là không gian xác suất, là toán tử xác định dương, tự liên hợp. Các hàm và nhiễu trắng sẽ được định nghĩa sau. Với hai giả thiết khác nhau ở dữ liệu đầu vào, chúng tôi đạt được kết quả về sự tồn tại của nghiệm. Tiếp theo chúng tôi chứng minh được rằng nghiệm nhẹ của bài toán không phụ thuộc liên tục vào dữ liệu đầu vào, sau đó sử dụng phương pháp chặt cụt chuỗi Fourier để chỉnh hóa nghiệm của bài toán.

**2. Những kết quả mới của luận án**

Nội dung của luận án nghiên cứu về chủ đề chỉnh hóa nghiệm cho các phương trình, hệ phương trình sau:

* Phương trình và hệ phương trình sóng dầm phi tuyến;
* Phương trình hyperbolic phi tuyến;
* Phương trình khuếch tán phi tuyến với đạo hàm conformable;
* Phương trình elliptic ngẫu nhiên với điều kiện phi địa phương.

**3. Các ứng dụng/khả năng ứng dụng trong thực tiễn, những vấn đề còn bỏ ngỏ cần tiếp tục nghiên cứu**

* Đề tài luận án và các công trình liên quan được xem như tài liệu tham khảo cho các bạn sinh viên, học viên và đồng nghiệp;
* Một số hướng nghiên cứu được tiếp tục quan tâm trong tương lai;
* Mở rộng bài toán cho các loại đạo hàm cấp không nguyên;
* Mở rộng bài toán cho trường hợp dữ liệu đầu vào có yếu tố ngẫu nhiên;
* Tính liên tục của nghiệm theo bậc của đạo hàm cấp không nguyên.

**TẬP THỂ CÁN BỘ HƯỚNG DẪN NGHIÊN CỨU SINH**

**CBHD CHÍNH CBHD DẪN PHỤ**

**PGS.TS. Nguyễn Huy Tuấn PGS.TS. Bùi Lê Trọng Thanh** **Nguyễn Hữu Cần**

**XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO**

**HIỆU TRƯỞNG**

**THESIS INFORMATION**

Thesis title:

**Regularization of some equations and system of nonlinear equations**

Speciality: Mathematical Analysis

Code: 9460102

Name of PhD Student: Nguyen Huu Can

Academic year: 2021

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Nguyen Huy Tuan and Assoc. Dr. Bui Le Trong Thanh

At: University of Science, Vietnam National University - Ho Chi Minh City

**1. Summary**

The thesis consists of five chapters, specifically there are introductory chapters, knowledge to prepare for the PDEs, as well as a number of support tools for demonstrating the main results of the thesis. The main content of the thesis is presented in Chapter 4, including four parts as follows:

**The first part:** Regularization of final value problem for strongly damped nonlinear wave equation

with the conditions is a positive real number given, is a linear, unbounded, self-adjoint and positive definite operator in the Hilbert space , the functions are defined later. This problem is known as the inverse initial problem for non-linear strongly damped wave and is ill-posed in the sense of Hadamard. In order to obtain a stable numerical solution, we propose new quasi-boundary value method to solve the non-linear problem. Moreover, we show that the regularized solutions converge to the exact solution strongly under a priori assumption on the exact solution.

**The second part:** Regularization of final value problem for system of strongly damped nonlinear wave equations

with the conditions

First of all, we find a solution of the system, then by an example we show the problem is ill-posed. Next, by using a filter method, we propose stable approximate (regularized) solutions. The existence, uniqueness of the corresponding regularized solutions are obtained. Furthermore, we show that the corresponding regularized solutions converge to the exact solutions in uniformly with respect to the space coordinate under some a priori assumptions on the solutions.

**The third part:** On a final value problem for a class of nonlinear hyperbolic equation:

with the conditions

This problem is known as the inverse initial problem for the nonlinear hyperbolic equation with damping term and it is ill-posed in the sense of Hadamard. In order to stabilize the solution, we propose the filter regularization method to regularize the solution. We establish appropriate filtering functions in cases where the nonlinear source satisfies the global Lipschitz condition and the local Lipschitz condition. In addition, we show that regularized solutions converge to the sought solution under a priori assumptions.

**The fourth part:** Regularization of a terminal value nonlinear diffusion equation with conformable time derivative

with the conditions

For an inverse nonlinear diffusion equation with conformable time derivative, we study the ill-posed property in the sense of Hadamard. To obtain a stable numerical solution, we propose two regularization methods. The results of existence and uniqueness, regularity and stability of the regularized problem are obtained. We also show that the corresponding regularized solutions converge to the sought solution under some a priori assumptions on the solution.

**The fifth part:** On stochastic elliptic equations driven by Wiener process with non-local condition

subjected to the following non-local condition

A problem for stochastic elliptic equations containing Wiener process and non-local condition is considered. Initially, existence results are constructed under two different hypotheses for the input data. Next, the instability behavior of the mild solution is presented, which shows that the solution does not depend continuously on the given data. After that, a regularized solution is established and its convergence rate is described.

**2. Novelty of thesis**

The content of this thesis is considered as the first result of the final value problem for the following equations-system:

* Strongly damped nonlinear wave equation;
* System of strongly damped nonlinear wave equations;
* Nonlinear hyperbolic equation;
* Nonlinear diffusion equation with conformable time derivative;
* Stochastic elliptic equations driven by Wiener process with non-local condition.

**3. Applications/ applicability/ perspective**

* Thesis and the related works as references good for students, trainees and colleagues.
* Some research is continued interest in the future:
* Expanding problems for these types of fractional derivative (Caputo, Riemann Liouville, ...);
* Expanding problems for case input data with random noises;
* Expanding problems for stochastic partial differential equations;
* Stability of fractional order of time nonlinear FDEs with some fractional derivatives.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SUPERVISORS** | | **PhD STUDENT** |
| **SUPERVISOR 1** | **SUPERVISOR 2** |  |
| **Assoc. Prof. Dr.**  **Nguyen Huy Tuan** | **Assoc. Prof. Dr.**  **Bui Le Trong Thanh** | **Nguyen Huu Can** |
| **CERTIFICATION UNIVERSITY OF SCIENCE**  **PRESIDENT** | | |