**TRANG THÔNG TIN LUẬN ÁN**

Tên đề tài luận án: Phương pháp phần tử hữu hạn trung tâm tìm nghiệm xấp xỉ cho bài toán đạo hàm riêng.

Ngành: Toán Giải tích

Mã số ngành: 62460102

Họ tên nghiên cứu sinh: Võ Đức Cẩm Hải

Khóa đào tạo: 2016

Người hướng dẫn khoa học:

* Tiến sĩ Ông Thanh Hải
* Tiến sĩ Hoàng Thị Thảo Phương

Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG.HCM

**1. TÓM TẮT NỘI DUNG LUẬN ÁN**:

Luận án trình bày nghiên cứu xây dựng thuật toán, nghiên cứu tính chất toán học (sự tồn tại và duy nhất nghiệm xấp xỉ, tính ổn định, tính nhất quát và sự hội tụ) của thuật toán, và kết quả số (so sánh độ chính xác, sự hiệu quả với các phương pháp số khác) cho ba phương pháp số gồm: (i) phương pháp phần tử hữu hạn trung tâm phi tuyến đơn điệu cho bài toán khuếch tán không đẳng hướng và không đồng nhất, (ii) phương pháp phần tử trung tâm lưới lệch cho bài toán đàn hồi tuyến tính tại trạng thái nén được và gần không nén được trên lưới tổng quát trong hai chiều, (iii) phương pháp phần tử trung tâm lưới lệch cho bài toán đàn hồi tuyến tính tại trạng thái nén được và gần không nén được trên lưới tổng quát trong ba chiều.

**2. NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN**:

Luận án có 3 kết quả chính sau:

1. Kết quả đầu tiên tập trung vào việc xây dựng được một phương pháp phần tử hữu hạn trung tâm phi tuyến đơn điệu cho bài toán khuếch tán không đẳng hướng và không đồng nhất, có thể áp dụng trên lưới tổng quát. Phương pháp này chỉ sử dụng các biến tương ứng tại vị trí trung tâm từng phần tử lưới ban đầu, được chứng minh thỏa nguyên lý cực đại rời rạc, tính nhất quán và tính hội tụ, và đạt được sự chính xác, hiệu quả trong các kết quả số.
2. Kết quả thứ hai là nghiên cứu xây dựng được một phương pháp phần tử trung tâm lệch cho bài toán đàn hồi tuyến tính tại trạng thái nén được và gần không nén được trên lưới tổng quát trong hai chiều. Phương pháp này tìm xấp xỉ áp suất bằng hàm đặc trưng trên lưới kép và độ chuyển vị bằng đa thức Lagrange bậc 1 trên lưới kép phụ. Kỹ thuật macro-element được sử dụng để chứng minh tính ổn định và tính nhất quán của phương pháp. Hai tính chất này giúp chứng minh sự hội tụ của phương pháp. Kết quả số cũng chỉ ra phương pháp ổn định, hiệu quả và có độ chính xác trên các loại lưới ban đầu khác nhau trong 2D.
3. Kết quả cuối cùng liên quan đến việc mở rộng nghiên cứu xây dựng được phương pháp phần tử trung tâm lưới lệch cho bài toán đàn hồi tuyến tính tại trạng thái nén được và gần không nén được trên lưới tổng quát trong ba chiều. Phương pháp này cũng có thể áp dụng trên lưới ban đầu tổng quát, cũng có cở sở hàm xấp xỉ áp suất bằng hàm đặc trưng trên lưới kép và độ chuyển vị bằng đa thức Lagrange bậc 1 trên lưới kép phụ. Các kết quả về lý thuyết gồm tính ổn định, tính nhất quán, và sự hội tụ cũng được chứng minh chi tiết. Và kết quả số cũng chỉ ra phương pháp ổn định, hiệu quả và có độ chính xác trên các loại lưới ban đầu khác nhau trong 3D.

**3.** **CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU**

Kết quả của luận án có khả năng ứng dụng trong thực tiễn như sau:

1. Ứng dụng phương pháp phần tử hữu hạn trung tâm phi tuyến đơn điệu cho bài toán khuếch tán, mô phỏng các hiện tượng lan truyền nhiệt, lan truyền chất, ...
2. Ứng dụng phương pháp phần tử trung tâm lệch lưới cho phân tích, mô phỏng sự biến dạng tại trạng thái nén hoặc gần như không nén của vật liệu đàn hồi tuyến hai chiều và ba chiều.

Luận án cần tiếp tục nghiên cứu cho bài toán khuếch tán, bài toán đàn hồi phụ thuộc vào thời gian, bài toán chất lỏng như Stokes, Oseen, Navier-Stokes, ... có thành phần khuếch tán.

|  |  |
| --- | --- |
| **TẬP THỂ CÁN BỘ HƯỚNG DẪN**Hoàng Thị Thảo Phương, Ông Thanh Hải |  **NGHIÊN CỨU SINH** Võ Đức Cẩm Hải |

**XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO**

**HIỆU TRƯỞNG**

**THESIS INFORMATION**

Thesis title: Cell-centered finite element methods to approximate solutions for partial differential equations.

Speciality: Analysis

Code: 62460102

Name of PhD Student: Vo Duc Cam Hai

Academic year: 2016

Supervisor:

* Ong Thanh Hai, PhD
* Hoang Thi Thao Phuong, PhD

At: VNUHCM - University of Science

**1. SUMMARY**:

The thesis represented the scheme, studying mathematical properties (unique existence of the approximate solution, stability, consistency, convergence properties), and the numerical results (comparing with other numerical methods in terms of accuracy and efficiency) for the following three numerical methods: (i) the monotone nonlinear cell-centered finite element method for anisotropic diffusion problems, (ii) a staggered cell-centered finite element method for two-dimensional compressible and nearly-incompressible linear elasticity problems, (iii) a staggered cell-centered finite element method for three-dimensional compressible and nearly-incompressible linear elasticity problems.

**2. NOVELTY OF THESIS**:

The thesis has the following three main results:

- The first result is the studying for the monotone nonlinear cell-centered finite element method for anisotropic diffusion problems. The method only has unknowns associated at centered points of elements in the primal mesh, was shown to satisfy the discrete maximum principle, consistency and convergence properties, and obtained accuracy and efficiency in numerical results.

- The second result involves studying the staggered cell-centered finite element method for two-dimensional compressible and nearly-incompressible linear elasticity problems. The method utilizes characteristic functions on a dual mesh to approximate the pressure and employs first-order Lagrange basis functions on a subdual mesh to approximate the displacement. Additionally, we used the macro-element technique to demonstrate that the method satisfies the stability property. Furthermore, the method has been shown to exhibit the consistency property. Both of these properties help to establish the convergence of the method. The numerical results also indicate that the method demonstrates stability, efficiency, and accuracy on various types of two-dimensional primal meshes.

- The final result is an extension of studying the staggered cell-centered finite element method for three-dimensional compressible and nearly-incompressible linear elasticity problems. This method is applicable to general primal meshes, utilizing characteristic functions on a dual mesh to approximate the pressure and employing first-order Lagrange basis functions on a subdual mesh to approximate the displacement. The theoretical results, including stability, consistency, and convergence properties, are presented in detail. Finally, the numerical results demonstrate that the proposed method is stable, effective, and accurate on various types of three-dimensional primal meshes.

**3**. **APPLICATIONS/ APPLICABILITY/ PERSPECTIVE**

The results from the thesis can be applied in the real world as follows: (i) the implementation of the monotone nonlinear cell-centered finite element method for diffusion problems to simulate heat propagation, substance diffusion, and other phenomena; and (ii) the utilization of the staggered cell-centered finite element method for simulating compressible and nearly-incompressible linear elasticity phenomena in solid mechanics. The thesis should continue researching the evolution of diffusion or the evolution of compressible and nearly-incompressible linear elasticity problems. Additionally, it should explore fluid mechanics problems such as Stokes, Oseen, and Navier-Stokes, … which involve a diffusion term.

|  |  |
| --- | --- |
|  **SUPERVISOR**Hoàng Thị Thảo Phương and Ông Thanh Hải | **PhD STUDENT**Võ Đức Cẩm Hải |

**CERTIFICATION**

**UNIVERSITY OF SCIENCE**

**PRESIDENT**