**TRANG THÔNG TIN VỀ LUẬN ÁN**

Tên đề tài luận án: Một số bài toán ngược cho phương trình elliptic

Ngành: Toán giải tích

Mã số ngành: 62460102

Họ tên nghiên cứu sinh: Phan Trung Hiếu

Khóa đào tạo: 2015

Người hướng dẫn khoa học: PGS. TS. Phạm Hoàng Quân

Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG.HCM

**1. TÓM TẮT NỘI DUNG LUẬN ÁN**:

Trong luận án này, chúng tôi đã nghiên cứu 02 bài toán ngược cho phương trình elliptic. Cụ thể, luận án được chia thành 03 chương với nội dung tóm tắt như sau

**Chương 1:** Nhắc lại một số kiến thức cơ bản của giải tích hàm, giải tích thực và xác suất thống kê cần thiết cho luận án.

**Chương 2:** Xétbài toán Cauchy cho phương trình tựa Helmholtz không thuần nhất.

**Chương 3:** Xétbài toán giá trị biên cho phương trình tựa Helmholtz phi tuyến với các dữ kiện nhiễu ngẫu nhiên.

Nội dung chính trong mỗi chương (chương 2 và 3) bao gồm:chứng minh tính không chỉnh của bài toán, chỉnh hóa bài toán và tìm nghiệm xấp xỉ, có đánh giá sai số giữa nghiệm xấp xỉ và nghiệm chính xác. Cuối cùng, các kết quả lý thuyết được minh họa bằng các ví dụ số cụ thể.

**2. NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN**:

Trong luận án, chúng tôi thu được các kết quả mới sau:

1. Chỉnh hóa bài toán Cauchy cho phương trình tựa Helmholtz không thuần nhất. Đây là bài toán tổng quát hơn và có ý nghĩa thực tiễn hơn bài toán trong trường hợp thuần nhất. Hơn nữa, chúng tôi đã sử dụng một phương pháp chỉnh hóa để đưa ra được đánh giá sai số giữa nghiệm chỉnh hóa và nghiệm chính xác.

2. Chỉnh hóa bài toán giá trị biên cho phương trình tựa Helmholtz phi tuyến với toán tử Laplace cấp không nguyên, có các dữ kiện nhiễu ngẫu nhiên. Phương trình với đạo hàm cấp không nguyên có nhiều ứng dụng rộng rãi trong việc mô hình hóa các hiện tượng tự nhiên và kỹ thuật mà phương trình với đạo hàm cấp nguyên không thể mô hình hóa được. Theo như chúng tôi tìm kiếm, bài toán thứ hai này là bài toán chưa được nghiên cứu trước đây. Trong luận án này, chúng tôi đã sử dụng phương pháp hồi quy chuỗi lượng giác kết hợp với phương pháp chặt cụt chuỗi để xây dựng nghiệm chỉnh hóa. Từ đó, chúng tôi đưa ra được các đánh giá tốc độ hội tụ theo sai số MISE (Mean Integrated Squared Error) giữa nghiệm chỉnh hóa và nghiệm chính xác.

3. Đưa ra được các ví dụ số cụ thể để minh họa các kết quả lý thuyết đạt được.

**3.** **CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU**

Chúng tôi sẽ tiếp tục nghiên cứu một số bài toán ngược cho phương trình loại elliptic như sau:

1. Bài toán ngược cho phương trình truyền nhiệt, phương trình truyền sóng, phương trình elliptic phi tuyến với đạo hàm cấp không nguyên và với các dữ kiện nhiễu ngẫu nhiên.

2. Bài toán Cauchy cho hệ phương trình truyền nhiệt, phương trình truyền sóng, phương trình elliptic phi tuyến với đạo hàm cấp không nguyên và với các dữ kiện nhiễu ngẫu nhiên.

|  |  |
| --- | --- |
| **TẬP THỂ CÁN BỘ HƯỚNG DẪN**(Ký tên, họ tên) | **NGHIÊN CỨU SINH**(Ký tên, họ tên) |

**XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO**

**HIỆU TRƯỞNG**

**THESIS INFORMATION**

Thesis title: Some inverse problems for elliptic equations

Speciality: Mathematical Analysis

Code: 62460102

Name of PhD Student: Phan Trung Hieu

Academic year: 2015

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Pham Hoang Quan

At: VNUHCM - University of Science

**1. SUMMARY**:

In this thesis, we have studied 02 inverse problems for the elliptic equation. Specifically, the thesis is divided into 03 chapters summarized as follows

**Chapter 1:** Reviewing some basic knowledge of function analysis, real analysis, and necessary statistical probability for the thesis.

**Chapter 2:** Considering the Cauchy problem of the modified inhomogeneous Helmholtz equation.

**Chapter 3:** Considering a final value problem for nonlinear modified Helmholtz equation with randomly perturbed data.

The main content in each chapter (Chapter 2 and 3) includes: proving ill-posedness of the problems, regularizing the problems, and finding an approximate solution, with error estimates between the approximate and the exact solution. Finally, theoretical results are illustrated with specific numerical examples.

**2. NOVELTY OF THESIS**:

In this thesis, we obtained the following new results:

1. Regularizing the Cauchy problem of the modified inhomogeneous Helmholtz equation. This is a more general problem and is more practical than the problem in the homogeneous case. Moreover, we used a regularization method to provide an error estimate between the regularized solution and the exact solution.

2. Regularizing a final value problem for nonlinear modified Helmholtz equation with the fractional Laplace operator, randomly perturbed data. The equation with a non-integer derivative has widespread applications in modeling natural and technical phenomena that cannot be modeled by equations with integer derivatives. As far as we searched, this second problem has not been studied before. In this thesis, we used the trigonometric series regression method combined with the series truncation method to construct the regularized solution. From this, we provided convergence rate estimates according to the MISE (Mean Integrated Squared Error) between the regularized solution and the exact solution.

**3**. **APPLICATIONS/ APPLICABILITY/ PERSPECTIVE**

We will continue to research some inverse problems for the type of elliptic equations as follows

1. Inverse problems for heat equations, wave equations, non-linear elliptic equations with fractional derivatives, and under random noise conditions.

2. The Cauchy problem for the system of heat equations, wave equations, non-linear elliptic equations with fractional derivatives, and under random noise conditions.

|  |  |
| --- | --- |
|  **SUPERVISOR** | **PhD STUDENT** |

**CONFIRMATION UNIVERSITY OF SCIENCE**

**PRESIDENT**