**TRANG THÔNG TIN LUẬN ÁN**

Tên đề tài luận án: *Nhóm con tựa chuẩn tắc của nhóm tuyến tính tổng quát trên vành chia*
Ngành: Đại số và Lý thuyết số
Mã số ngành: 9460104
Họ tên nghiên cứu sinh: Lê Quí Danh
Khoá đào tạo: 2020
Người hướng dẫn khoa học: PGS. TS. Mai Hoàng Biên
Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG-HCM

**1.  TÓM TẮT NỘI DUNG LUẬN ÁN**

Chúng tôi nghiên cứu các tính chất của nhóm con tựa chuẩn tắc của nhóm tuyến tính tổng quát $GL\_{n}\left(D\right)$ bậc $n\geq 1$ trên vành chia $D$, gồm ba nội dung chính: nghiên cứu sự tồn tại của nhóm con tựa chuẩn tắc nhưng không á chuẩn tắc trong $GL\_{n}\left(D\right)$; nghiên cứu sự tồn tại của nhóm con tự do không giao hoán trong nhóm con tựa chuẩn tắc của $GL\_{n}\left(D\right)$; mô tả đồ thị giao các nhóm con tựa chuẩn tắc $Γ\_{q}\left(GL\_{n}\left(D\right)\right)$.

**2.  NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN**

Cho $D$ là vành chia với tâm $F$ và $n$ là số nguyên dương.

**a. Sự tồn tại của nhóm con tựa chuẩn tắc nhưng không á chuẩn tắc trong** $GL\_{n}\left(D\right)$

1. *Nếu* $G=H^{\*}$ *hoặc* $G=GL\_{n}\left(D\right)$ *với* $n\geq 2$ *thì mọi nhóm con tựa chuẩn tắc của* $G$ *đều chuẩn tắc.*
2. *Tồn tại vành chia sao cho nhóm nhân của nó có nhóm con tựa chuẩn tắc nhưng không á chuẩn tắc.*

**b. Sự tồn tại của nhóm con tự do không giao hoán trong nhóm con tựa chuẩn tắc trong** $GL\_{n}\left(D\right)$

1. *Cho* $N$ *là nhóm con tựa chuẩn tắc của* $D^{\*}$*. Nếu* $N$ *chứa nhóm con giải được không giao hoán thì* $N$ *chứa nhóm con tự do không giao hoán.*
2. *Cho* $N$ *là nhóm con tựa chuẩn tắc của* $D^{\*}$*. Giả sử* $D$ *thoả mãn một trong các điều kiện: (i)* $D$ *là vành chia hữu hạn địa phương yếu, (ii) Tâm* $F$ *của* $D$ *không đếm được, (iii)* $D$ *là vành chia Mal’cev-Neumann. Nếu* $N$ *căn trên vành chia con thực sự của* $D$ *thì* $N⊆F$*.*

**c. Đồ thị giao các nhóm con tựa chuẩn tắc** $Γ\_{q}\left(GL\_{n}\left(D\right)\right)$

1. *Với* $G$ *là nhóm không đơn bất kỳ, đường kính của đồ thị giao các nhóm con tựa chuẩn tắc* $Γ\_{q}\left(G\right)$ *của* $G$ *là* $0$*,* $1$*,* $2$ *hoặc* $\infty $*.*
2. Phân loại các nhóm $GL\_{n}\left(D\right)$ với $n\geq 2$ theo đường kính của $Γ\_{q}\left(GL\_{n}\left(D\right)\right)$.

**3.  CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU**

* Tiếp tục nghiên cứu các nhóm con tựa chuẩn tắc trong vành chia.
* Nghiên cứu các nhóm con tựa chuẩn cho nhóm nhân của các đại số khác, chẳng hạn đại số nhóm.

|  |  |
| --- | --- |
| **TẬP THỂ CÁN BỘ HƯỚNG DẪN**PGS. TS. Mai Hoàng Biên | **NGHIÊN CỨU SINH**Lê Quí Danh |
| **XÁC NHẬN CỦA CƠ SỞ ĐÀO TẠO****HIỆU TRƯỞNG** |

**THESIS INFORMATION**

Thesis title: *Quasinormal subgroups of general linear groups over division rings*
Speciality: Algebra and Number theory
Code: 9460104
Name of PhD Student: Lê Quí Danh
Academic year: 2020
Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Mai Hoàng Biên
At: VNUHCM - University of Science

**1.  SUMMARY**

We study properties of quasinormal subgroups of the general linear group $GL\_{n}\left(D\right)$ of degree
$n\geq 1$ over a division ring $D$. Namely, three main problems have been considered: the existence of non-subnormal quasinormal subgroups of $GL\_{n}\left(D\right)$, the existence of non-abelian free subgroups in quasinormal subgroups of $GL\_{n}\left(D\right)$, and describing the intersection graphs of quasinormal subgroups $Γ\_{q}\left(GL\_{n}\left(D\right)\right)$.

**2.  NOVELTY OF THESIS**

Let $D$ be a division ring with center $F$ and $n$ be a positive integer.

**a. The existence of non-subnormal quasinormal subgroups of** $GL\_{n}\left(D\right)$

1. *If either* $G=H^{\*}$ *or* $G=GL\_{n}\left(D\right)$ *where* $n\geq 2$*, then every quasinormal subgroup of* $G$ *is normal.*
2. *There exists a division ring whose multiplicative group has non-subnormal quasinormal subgroups.*

**b. The existence of non-abelian free subgroups in quasinormal subgroups of** $GL\_{n}\left(D\right)$

1. *If* $N$ *contains a non-abelian solvable subgroup, then* $N$ *contains a non-abelian free subgroup.*
2. *Let* $N$ *be a quasinormal subgroup of* $D^{\*}$*. Assume that* $D$ *satisfies one of the following conditions: (i)* $D$ *is a weakly locally finite division ring; (ii) the center* $F$ *of* $D$ *is uncountable; (iii)* $D$ *is a Mal’cev-Neumann division ring. If* $N$ *is radical over a proper division subring, then* $N⊆F$*.*

**c. The intersection graphs of quasinormal subgroups** $Γ\_{q}\left(GL\_{n}\left(D\right)\right)$

1. *Let* $G$ *be an arbitrary non-simple group. The diameter of the intersection graph of quasinormal subgroups* $Γ\_{q}\left(G\right)$ *of* $G$ *is* $0$*,* $1$*,* $2$*, or* $\infty $*.*
2. Classifying $GL\_{n}\left(D\right)$, where $n\geq 2$, depends on the diameter of $Γ\_{q}\left(GL\_{n}\left(D\right)\right)$.

**3.  APPLICATIONS/ APPLICABILITY/ PERSPECTIVE**

* We will continue studying quasinormal subgroups in division rings.
* We will continue studying quasinormal subgroups of the multiplicative group of other algebras, for instance, group algebras.

|  |  |
| --- | --- |
| **SUPERVISOR**Assoc. Prof. Dr. Mai Hoàng Biên | **PhD STUDENT**Lê Quí Danh |
| **CONFIRMATION UNIVERSITY OF SCIENCE****PRESIDENT** |